

波動伝搬アニメーション

v2.7 Nov.2020

1. 平面波の進行波と定在波

【理論】

1次元伝送線路の電圧・電流方程式は、入射振幅を V_0^+ 、反射係数を Γ 、伝搬定数を β 、特性インピーダンスを Z_0 とすると次式で与えられる。

$$\begin{cases} V(x) = V_0^+ (e^{j(\omega t - \beta x)} + \Gamma e^{j(\omega t + \beta x)}) \\ I(x) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{j(\omega t - \beta x)} - \Gamma e^{j(\omega t + \beta x)}) \end{cases} \quad \dots (1)$$

ここで、線路上の電圧振幅の絶対値を考えると次式が得られる。

$$|V(x)| = |V_0^+| |1 + \Gamma e^{2j\beta x}| \quad \dots (2)$$

【スクリプト】

***** 初期画像を描画するスクリプト例 *****

plane_wave.gnu

```
g=0.5 # reflection coefficient
pai=acos(-1) # pai=3.14159...
freq=10.0e9 # frequency [Hz]
cvel=3.0e8 # light velocity [m/s]
w=2.0*pai*freq # omega [rad/s]
b=w/cvel # beta [rad/m]
j=sqrt(-1) # imaginary number
set yrange [-3:3]
set xrange [-0.1:0.1]
set samples 1000
set grid
t=0.0
plot real(exp(j*(w*t-b*x))+g*exp(j*(w*t+b*x))) w l, ¥
abs(1.0+g*exp(2.0*j*b*x)) w l
pause -1 'Hit "Enter key" to start animation...'
```

***** 初期画像を動かすためのスクリプト *****

animation.gnu

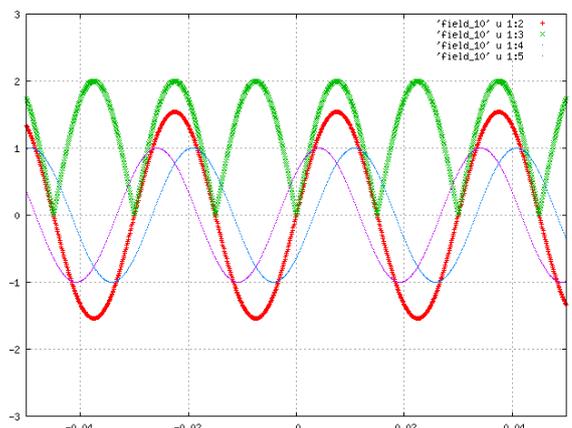
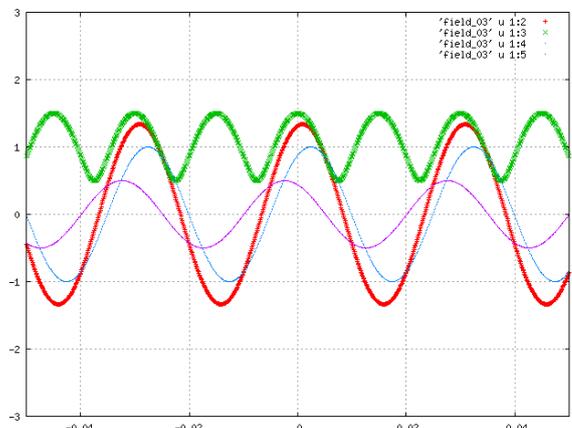
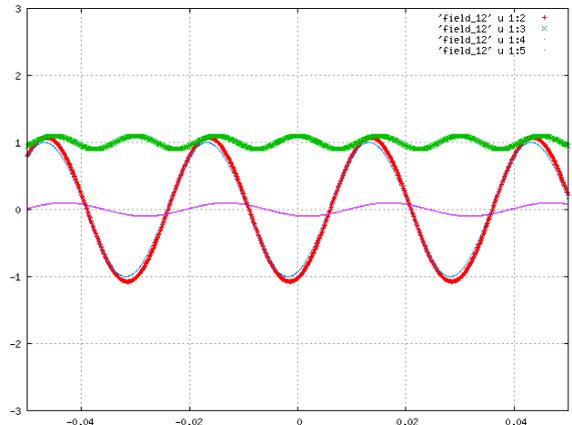
```
t=t+1/freq/50
replot
reread
```

※rereadコマンドは直前にloadしたファイルの内容を再度読み込むコマンドである。

※描画を停止するときには **Ctrl+c** を押す。Windows 端末で停止できない場合は **Ctrl+Alt+Del** でタスクマネージャーを起動し、**gnuplot.exe** を選んで強制的に停止させる。

【課題】

- (1) 反射係数の大きさを変えて(複素数でもよい)実行結果の変化を観察せよ。
- (2) 例題では進行波と反射波の合成振幅を描画している。これを改良して進行波と反射波を分離して表示せよ。
- (3) 合成振幅のみ線の太さを変形せよ。
- (4) 式(1)から式(2)を導出せよ。



2. 円筒波の進行波と定在波

【理論】

2次元平面の1点を波源として伝搬する水面波は、入射振幅を1、反射係数を Γ 、伝搬定数を β とすると次式で与えられる。

$$V(x) = H_0^{(2)}(\beta x)e^{j\omega t} + \Gamma H_0^{(1)}(\beta x)e^{j\omega t} \quad \dots (3)$$

ただし、

$$\begin{cases} H_0^{(1)}(\beta x) = J_0(\beta x) + jY_0(\beta x) \\ H_0^{(2)}(\beta x) = J_0(\beta x) - jY_0(\beta x) \end{cases} \quad \dots (4)$$

なお、波面の位相角度は次式で与えられる。

$$\angle\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}[V(x)]}{\text{Re}[V(x)]}\right) \quad \dots (5)$$

【スクリプト】

***** 初期画像を描画するスクリプト例 *****

```
# cylindrical_wave.gnu
```

```
#
```

```
g=0.0 # reflection coef.
pai=acos(-1) # pai=3.14159...
freq=10.0e9 # frequency [Hz]
cvel=3.0e8 # light velocity [m/s]
w=2.0*pai*freq # omega [rad/s]
b=w/cvel # beta [rad/m]
j=sqrt(-1) # imaginary number
```

```
set xrange [-4:4]
```

```
set samples 1000
```

```
set grid
```

```
han0_2(x)=besj0(b*x)-j*besy0(b*x) # zeroth order Hankel function of the second kind
```

```
han0_1(x)=besj0(b*x)+j*besy0(b*x) # zeroth order Hankel function of the first kind
```

```
fwd(x,t)=han0_2(x)*exp(j*w*t) # traveling wave function
```

```
bwd(x,t)=han0_1(x)*exp(j*w*t) # backward wave function
```

```
t=0.0
```

```
plot real(fwd(x,t)+g*bwd(x,t)) w l, ¥
```

```
abs(fwd(x,t)+g*bwd(x,t))*1/sqrt(x) w l, ¥
```

```
atan2(imag(fwd(x,t)+g*bwd(x,t)), real(fwd(x,t)+g*bwd(x,t))) with l
```

```
pause -1 'Hit "Enter key" to start animation...'
```

```
load 'animation.gnu'
```

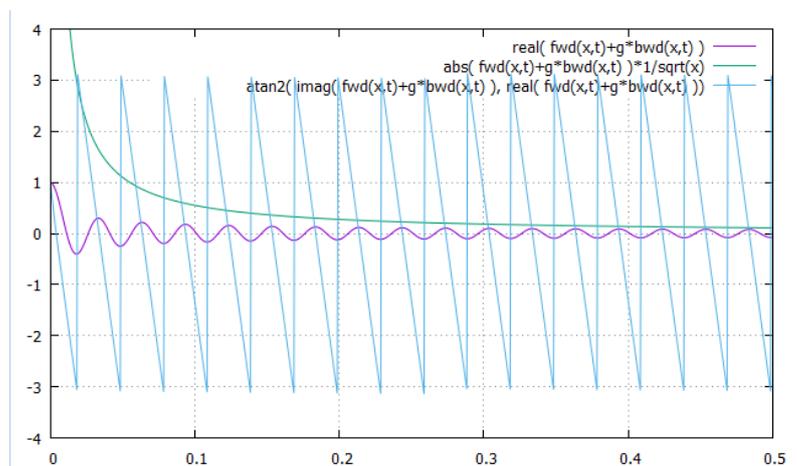
***** 初期画像を動かすためのスクリプト *****

```
# animation.gnu
```

```
t=t+1/freq/50
```

```
replot
```

```
reread
```



※reread コマンドは直前に load したファイルの内容を再度読み込むコマンドである。

※描画を停止するときは **Ctrl+c** を押す。Windows 端末で停止できない場合は **Ctrl+Alt+Del** でタスクマネージャーを起動し、**gnuplot.exe** を選んで強制的に停止させる。

【課題】

- (1) 反射係数の大きさを変えて(複素数でもよい)実行結果の変化を観察せよ。
- (2) 例題では進行波と反射波の合成波形を描画している。これを改良して進行波と反射波を分離して表示せよ。
- (3) 円筒波の振幅は $1/\sqrt{x}$ で減衰するはずである。減衰特性がわかるように $1/\sqrt{x}$ の関数も合わせて表示せよ。

3. 球面波の進行波と定在波

【理論】

3次元空間の1点を波源として伝搬する球面波は、入射振幅を1、反射係数を Γ 、伝搬定数を β とすると次式で与えられる。

$$V(x) = h_0^{(2)}(\beta x)e^{j\omega t} + \Gamma h_0^{(1)}(\beta x)e^{j\omega t} \quad \dots (6)$$

ただし、

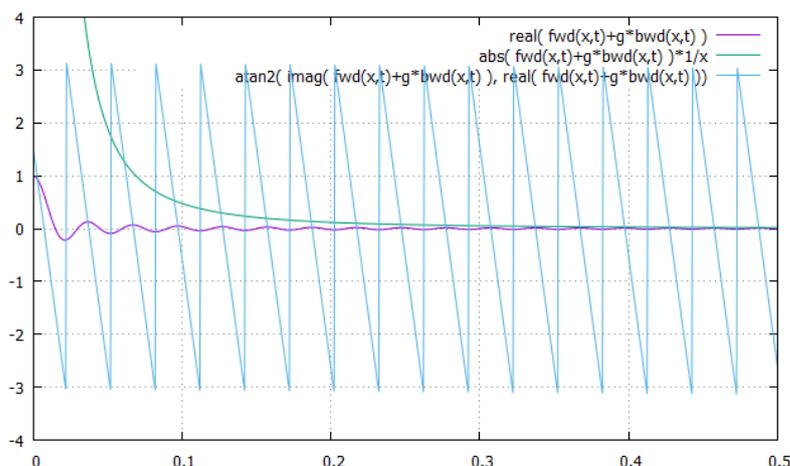
$$\begin{cases} h_0^{(1)}(\beta x) = j_0(\beta x) + j y_0(\beta x) = \frac{e^{+j\beta x}}{j\beta x} \\ h_0^{(2)}(\beta x) = j_0(\beta x) - j y_0(\beta x) = \frac{e^{-j\beta x}}{-j\beta x} \end{cases} \quad \dots (7)$$

なお、波面の位相角度は次式で与えられる。

$$\angle\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}[V(x)]}{\text{Re}[V(x)]}\right) \quad \dots (8)$$

【課題】

- 球面波の動画スクリプトを作成せよ。
- 反射係数の大きさを変えて(複素数でもよい)実行結果の変化を観察せよ。
- 例題では進行波と反射波の合成波形を描画している。これを改良して進行波と反射波を分離して表示せよ。
- 球面波の振幅は $1/x$ で減衰するはずである。減衰特性がわかるように $1/x$ の関数も合わせて表示せよ。



※reread コマンドは直前に load したファイルの内容を再度読み込むコマンドである。

※描画を停止するときは **Ctrl+c** を押す。Windows 端末で停止できない場合は **Ctrl+Alt+Del** でタスクマネージャーを起動し、**gnuplot.exe** を選んで強制的に停止させる。

4. 導波管内の進行波と定在波

【理論】 導波管を伝搬する TE_{10} 基本モードは、入射振幅を1、反射係数を Γ 、伝搬定数を β とすると次式で与えられる。

$$E_y(x, y, z) = (e^{-j\beta z} + \Gamma e^{+j\beta z}) e_y(x, y) e^{j\omega t} \quad \dots (9)$$

ただし、

$$e_y(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad \dots (10)$$

【課題】

- 導波管 TE_{10} 基本モードの動画スクリプトを作成せよ。

5. 知っている便利なコマンド

現在登録されている変数を調べるコマンド

```
gnuplot> show variables
```

線の種類、太さ、ポイントの種類を調べるコマンド

```
gnuplot> test
```

以上